

## Zadaci za vježbu

**31.** Tačke grafa neke krive u  $xOy$  ravni zadane su sa  $y = f(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Kako glasi vektorska i parametarska jednačina te krive?

**32.** Kružna zavojnica (ili obična cilindrična spirala) je preslikavanje  $\alpha : \mathbb{R} \rightarrow E^3$  zadano sa

$$\vec{r}(t) = a \cos t \vec{i} + a \sin t \vec{j} + bt \vec{k}, \quad t \in \mathbb{R}, \quad a > 0, \quad b > 0.$$

Skicirajte graf te krive.

**33.** Zadana je kriva  $\alpha : \mathbb{R} \rightarrow E^3$  sa

$$x = e^t \cos t, \quad y = e^t \sin t, \quad z = 2t.$$

(a) Naći projekciju grafa na ravan  $xOy$ .

(b) Napisati jednačinu krive kao presjek dvije plohe.

**34.** Zadana je kriva (spirala)  $\alpha : \mathbb{R} \rightarrow E^3$  sa

$$x = a \cos t, \quad y = a \sin t, \quad z = bt, \quad a, b > 0.$$

(a) Naći projekciju grafa krive na koordinatne ravni.

(b) Napisati jednačinu krive kao presjek dviju ploha.

**35.** Naći dužinu luka krive  $\alpha : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow E^3$  definisane sa

$$\vec{r} = (\sin^2 t, \sin t \cos t, \ln \cos t).$$

od tačke sa parametrom 0 do tačke sa parametrom  $t$ . (Ovo znači od tačke u kojoj je  $t = 0$  do tačke u kojoj je  $t = t$ . Analogno u daljnjim zadacima).

**36.** Naći dužinu luka krive

$$x^2 = 3y, \quad 2xy = 9z$$

od tačke  $(0, 0, 0)$  do tačke  $(3, 3, 2)$ .

**37.** Odrediti dužinu luka krive

$$\vec{r}(t) = t\vec{a} + (1-t)\vec{b}$$

od tačke sa parametrom 0 do tačke sa parametrom  $t$ , gdje su  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  konstantni vektori.

**38.** Dokazati da projekcija na  $xOy$  ravan grafa krive koja je prijesjek eliptičkog paraboloida  $z = x^2 + 2y^2$  i ravni  $2x - 4y + z - 1 = 0$  jest elipsa. Naći veliku i malu os te elipse.

**39.** Naći projekciju na  $xOz$  ravan grafa krive koja je presjek stošca  $y^2 = xz$  i ravni  $x - y + z + 1 = 0$ .

**40.** Naći projekciju grafa krive

$$x = t, \quad y = t^2, \quad z = t^3$$

na koordinatne ravni.

**41.** Pokazati da grafik krive

$$x = ach t, \quad y = asht, \quad z = ct$$

leži u hiperboličkom valjku i naći njezine projekcije na koordinatne ravni.

**42.** Krivu

$$x = t, \quad y = t^2, \quad z = e^t$$

prikazati kao presjek dvije plohe.

**43.** Pokazati da se graf krive

$$x^2 + z^2 = a^2, \quad y^2 + z^2 = a^2$$

nalazi u dvije međusobno okomite ravni.

**44.** Naći dužinu luka krive

$$x^3 = 3a^2y, \quad 2xz = a^2$$

među ravnima  $y = \frac{a}{3}$ ,  $y = 9a$ .

**45.** Pokazati da zatvorena kriva

$$x = \cos^3 t, \quad y = \sin^3 t, \quad z = \cos 2t$$

ima dužinu  $s = 15$ .

**46.** Naći izraz za ds krive u cilindričnim koordinatama.

**47.** Naći izraz za ds krive u sfernim koordinatama.

**48.** Naći one tangente krive

$$\vec{r} = (t, t^2, t^3)$$

koje su paralelne sa ravni  $x + 2y + z - 3 = 0$ .

**49.** Dokazati da tangente krive

$$x = a(\sin t + \cos t), \quad y = a(\sin t - \cos t), \quad z = be^{-t}$$

sijeku  $xOy$  ravan u kružnici  $x^2 + y^2 = 4a^2$ .

**50.** Napisati jednačinu tangente na krivu

$$\vec{r} = (ach t, asht, ct)$$

u proizvoljnoj tački.

**51.** U kojim tačkama je tangenta krive

$$\vec{r} = (3t - t^3, 3t^2, 3t + t^3)$$

paralelna sa koordinatnim ravnima?

**52.** Napisati jednačinu tangene krive

$$\vec{r} = (a \cos t, -a \sin t, be^t)$$

i naći geometrijsko mjesto sjecišta tangenata i  $xOy$  ravni.

**53.** Zadana je kriva

$$\alpha : \vec{r} = (t, t^2, t^3).$$

Koja kriva se dobije kao presjek tangenata krive  $\alpha$  sa ravni  $xOy$ ?

**54.** Dokazati da je udaljenost između neke tačke  $\vec{r}(t)$  na zavojnici

$$\vec{r} = (a \cos t, a \sin t, bt)$$

i sjecišta tangente u toj tački s  $xOy$  ravni jednako  $k|t|$ , gdje je  $k$  neka konstanta.